

# Propriétés de géométrie

Collège Ferdinand Sarrien – Bourbon-Lancy

● Classe de 6<sup>ème</sup>

● Classe de 5<sup>ème</sup>

● Classe de 4<sup>ème</sup>

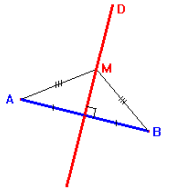
● Classe de 3<sup>ème</sup>

## Droites

- Si deux droites sont parallèles à une même droite **alors** ces deux droites sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite **alors** ces deux droites sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une **alors** elle est perpendiculaire à l'autre.

## Médiatrice

- **Déf** : La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui lui est perpendiculaire.
- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment **alors** il est équidistant des extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment **alors** il appartient à la médiatrice de ce segment.
- Si une droite passe par 2 points équidistants des extrémités d'un segment **alors** cette droite est la médiatrice de ce segment.

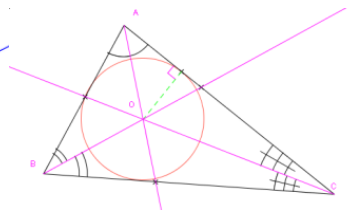
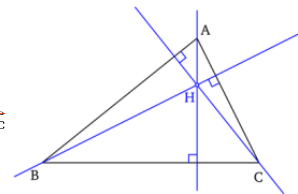
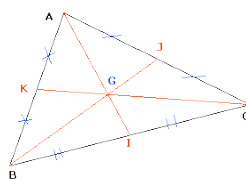
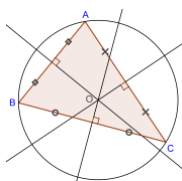
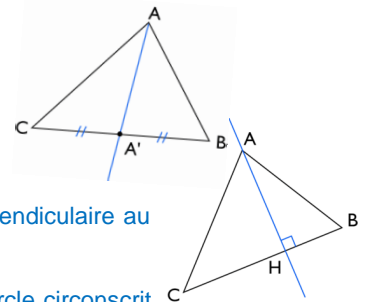


## Triangle

- Dans un triangle, la somme des mesures des angles est toujours égale à 180°.

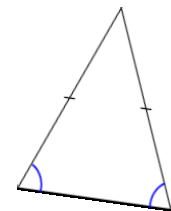
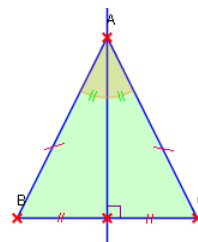
### Droites remarquables dans le triangle.

- **Déf** : Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.
- **Déf** : Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.
- Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.
- Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point qui est le centre de gravité du triangle. (il est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet)
- Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point qui est l'orthocentre du triangle.
- Dans un triangle, les trois bissectrices sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

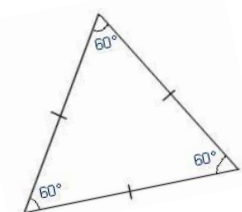


### Triangle isocèle et équilatéral

- **Déf** : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de la même longueur.
- Si un triangle est isocèle **alors** ses deux angles à la base ont la même mesure.
- Si un triangle a deux angles de même mesure **alors** il est isocèle.
- Si un triangle est isocèle **alors** :
  - son axe de symétrie,
  - la médiatrice de la base,
  - la hauteur passant par le sommet principal,
  - la médiane passant par le sommet principal,
  - la bissectrice passant par le sommet principalsont confondues.



- **Déf** : Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de la même longueur.
- Si un triangle est équilatéral **alors** ses trois angles ont la même mesure, 60° chacun.
- Si un triangle a trois angles de même mesure **alors** il est équilatéral.



## Triangle rectangle

- **Déf :** Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

### Théorème de Pythagore :

- Si ABC est un triangle rectangle en B **alors**  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ .

### Réciproque du Théorème de Pythagore :

- Si dans un triangle ABC on a  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  **alors** ce triangle est rectangle en B.

- Si un triangle est rectangle **alors** son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse.
- Si, dans un cercle, on joint les extrémités d'un diamètre et un point du cercle **alors** on obtient un triangle rectangle en ce point.
- Si un triangle est rectangle **alors** la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

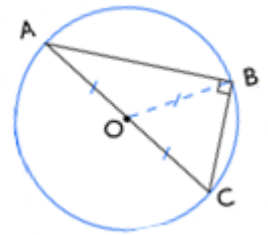
- Dans un triangle rectangle :

$$\ll \text{Cosinus} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \gg$$

$$\ll \text{Sinus} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \gg$$

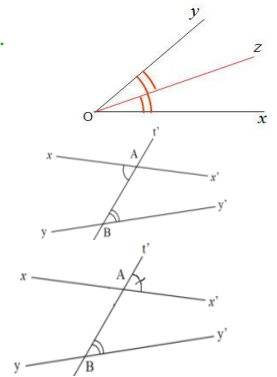
$$\ll \text{Tangente} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} \gg$$

(SOH CAH TOA)



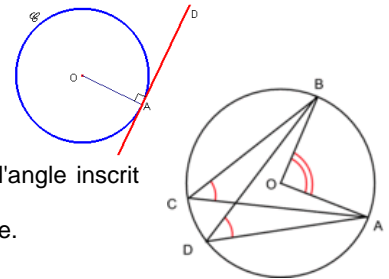
## Droites et angles

- **Déf :** La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.
- Si un point appartient à la bissectrice d'un angle **alors** il est équidistant des côtés de cet angle.
- Si un point est équidistant des côtés d'un angle **alors** il appartient à la bissectrice de cet angle.
- Si deux angles sont opposés par le sommet **alors** ils ont la même mesure.
- Si deux droites sont parallèles **alors** les angles alternes-internes ont la même mesure.
- Si deux droites sont parallèles **alors** les angles correspondants ont la même mesure.
- Si deux droites forment avec une sécante des angles alternes-internes de même mesure **alors** elles sont parallèles.
- Si deux droites forment avec une sécante des angles correspondants de même mesure **alors** elles sont parallèles.



## Cercle

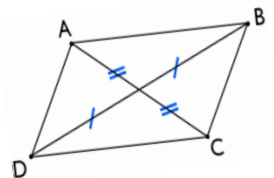
- **Déf :** La tangente à un cercle en un point est la droite perpendiculaire au rayon en ce point.



- Si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc **alors** l'angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre.
- Si, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc **alors** ils ont la même mesure.

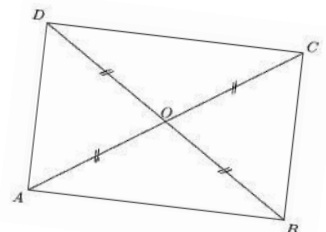
## Parallélogramme

- **Déf :** Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses côtés opposés ont la même longueur.
- Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu **alors** c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de la même longueur deux à deux **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur **alors** c'est un parallélogramme.



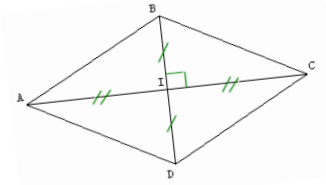
## Rectangle

- **Déf :** Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Si un quadrilatère a trois angles droits **alors** c'est un rectangle.
- Si un quadrilatère est un rectangle **alors** ses diagonales ont même longueur.
- Si un quadrilatère est un rectangle **alors** c'est un parallélogramme.
- Si un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.



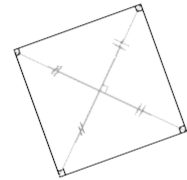
## Losange

- **Déf** : Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.
- **Si** un quadrilatère est un losange **alors** ses diagonales sont perpendiculaires.
- **Si** un quadrilatère est un losange **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un losange.
- **Si** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.



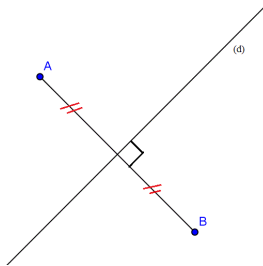
## Carré

- Un carré est un quadrilatère qui est, à la fois, un losange et un rectangle. (Il possède donc toutes les propriétés du losange et du rectangle.)



## Symétries :

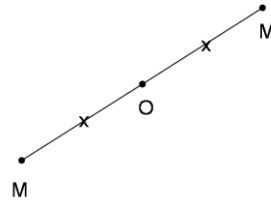
### Symétrie axiale



A et B sont symétriques par rapport à la droite (d).

(d) est la médiatrice de [AB].

### Symétrie centrale



M et M' sont symétriques par rapport au point O.

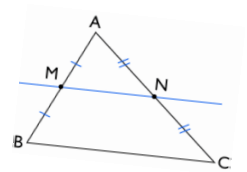
O est le milieu de [MM'].

- Ces symétries conservent : Les longueurs Les angles Les aires L'alignement

## Droite des milieux et théorème de Thalès

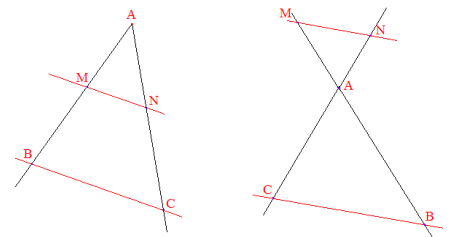
### Droite des milieux

- **Si**, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés **alors** cette droite est parallèle au troisième côté.
- **Si**, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés **alors** ce segment mesure la moitié du troisième côté.
- **Si**, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et **si** elle est parallèle à un autre côté **alors** cette droite passe par le milieu du troisième côté.



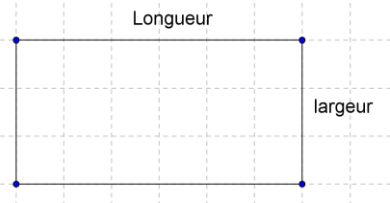
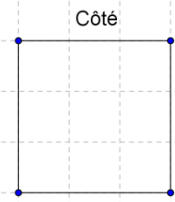
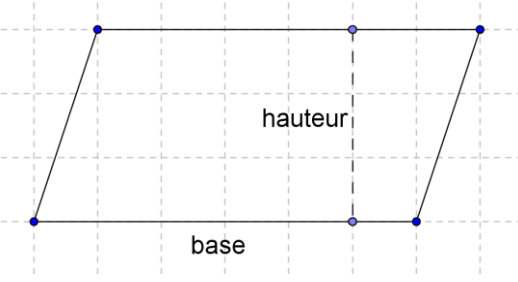
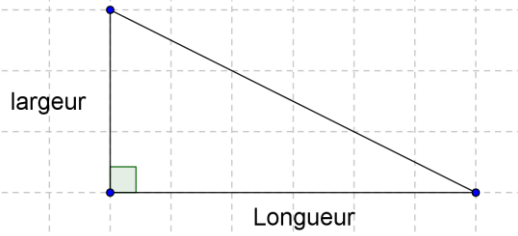
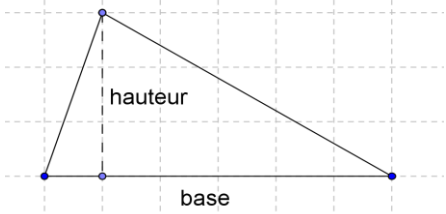
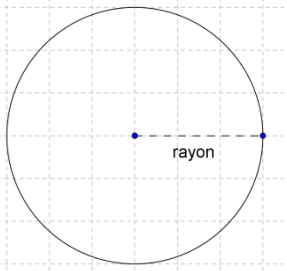
### Théorème de Thalès :

- **Si** les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et **si** les droites (MN) et (BC) sont parallèles **alors**  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ .

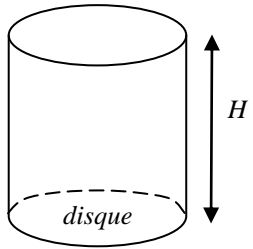
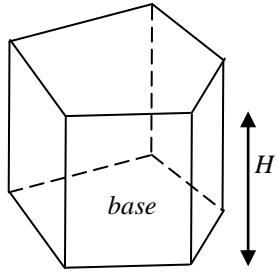


### Réciproque du théorème de Thalès :

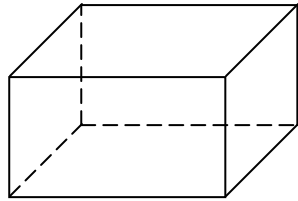
- **Si** les points A, M, B et les points A, N, C sont alignés dans le même ordre et **si**  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  **alors** les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

|                    |   | PERIMETRE   | AIRE  |  |
|--------------------|---|---|---|--|
| RECTANGLE          |    |   | $A_{\text{rectangle}} = L \times l$           |  |
| CARRE              |    |   | $A_{\text{carré}} = c \times c$               |  |
| PARALLELOGRAMME    |   | <p>Pour calculer le périmètre, on additionne les longueurs de tous les côtés.</p> | $A_{\text{para.}} = b \times h$               |  |
| TRIANGLE RECTANGLE |  |   | $A_{\text{tri.rect.}} = L \times l \div 2$    |  |
| TRIANGLE           |  |   | $A_{\text{tri.}} = b \times h \div 2$         |  |
| CERCLE - DISQUE    |  |   | $P_{\text{cercle}} = \pi \times d$<br>$r + r$ | $A_{\text{disque}} = \pi \times r^2$<br>$r \times r$ |
|                    |   |   | $\pi = 3,1415926\dots$                        |  |

REPRESENTATION en PERSPECTIVE

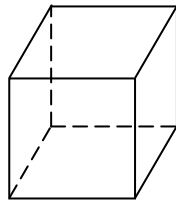


Cas particuliers :  
Le parallélépipède rectangle



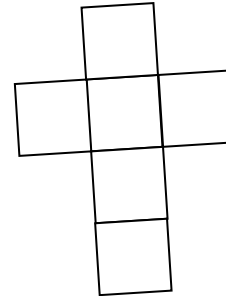
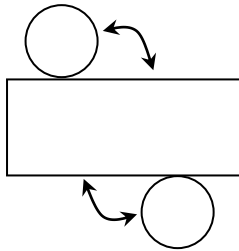
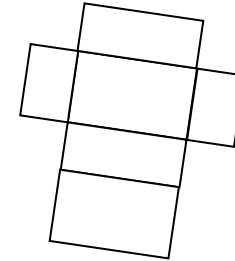
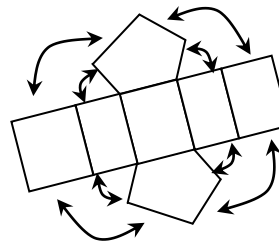
Toutes les faces sont des rectangles.

Le cube



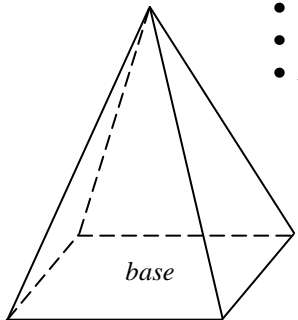
Toutes les faces sont des carrés.

DEVELOPPEMENT et AIRE



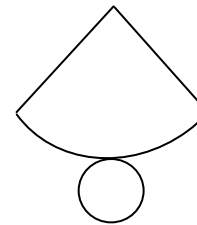
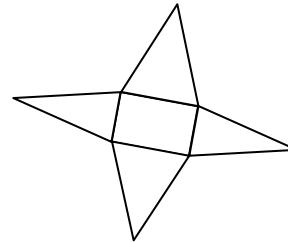
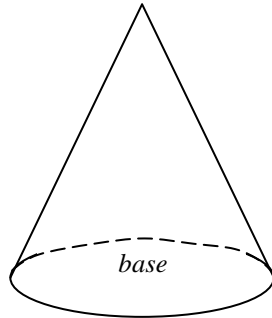
VOLUME

$$V = A_{base} \times H$$

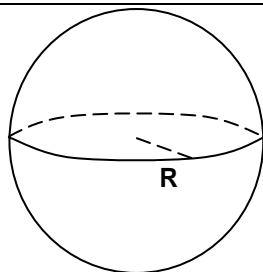


- Une base (polygone)
- Un sommet
- Des faces latérales triangulaires

- Une base (disque)
- Un sommet



$$V = \frac{A_{base} \times H}{3}$$



$$A = 4 \pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

• Si on multiplie les dimensions d'un objet par un nombre **k** alors son aire est multipliée par  $k^2$  et son volume par  $k^3$ .